

الثانية علوم الحياة والأرض من إعداد: ذ. معاذ مهري	سلسلة تمارين حول الدوال اللوغاريتمية <a href="http://www.riyadiyat.net">www.riyadiyat.net</a>	الثانوية التأهيلية زكوة سيدي قاسم 2014-2015
--	--	---

### تمرين 1 :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]-2; +\infty[$  بمايلي :  $f(x) = x + 1 - \ln\left(\frac{x+3}{x+2}\right)$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(2) أدرس تغيرات  $f$  .

(3) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيداً  $\alpha$  في المجال  $]-2; +\infty[$  وأن  $-0,5 < \alpha < -0,25$  .

(4) بين أن  $(C_f)$  له مقاربتين أحدهما مائل نرمز له بالرمز  $(\Delta)$  .

(5) أدرس الوضع النسبي ل  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .

(6) مثل  $(C_f)$  والمقاربتين .

### تمرين 2 :

نعتبر الدالتين  $f$  و  $g$  المعرفتين على  $]0; +\infty[$  ب:  $g(x) = 1 + x \ln(x)$  و  $f(x) = (\ln(x))^2 + \frac{\ln(x)}{x} + 1$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  .

(2) إستنتج أن  $g(x) \geq 1 - \frac{1}{e}$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  ثم إستنتج إشارة  $g(x)$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  .

(3) بين أن  $(x-1) \cdot \ln(x) \geq 0$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  .

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  وأول هندسيا النتيجة الأخيرة .

(2) بين أن  $f'(x) = \frac{(x-1) \ln(x) + g(x)}{x^2}$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  ثم إعط جدول تغيرات  $f$  .

(3) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^2}{x} = 0$  ثم حدد الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة  $f$  بجوار  $+\infty$  .

(4) حدد معادلة المماس  $(T)$  لمنحنى الدالة  $f$  في النقطة ذات الأفضول 1 .

(5) أنشئ منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

### تمرين 3 :

**I-** نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بمايلي :  $g(x) = -2x^2 - 1 + \ln(x)$

(1) أحسب  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  . أدرس إشارتها على  $]0; +\infty[$  .

(2) ضع جدول تغيرات  $g$  على  $]0; +\infty[$  (لا نطلب نهايات  $g$  عند محداث مجموعة تعريفها) .

(3) إستنتج أن لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $g(x) < 0$  .

**II-** لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  ب:  $f(x) = -x + 1 - \frac{1}{2} \frac{\ln(x)}{x}$

وليكن  $(C_f)$  منحناها في معلم متعامد  $(o; \vec{i}; \vec{j})$  بحيث:  $\|\vec{i}\| = 2cm$  و  $\|\vec{j}\| = 1cm$

(1) أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  وأول النتيجة هندسيا.

ب) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

ج) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$  .

د) أدرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  على  $]0; +\infty[$  .

(2) أ) أحسب  $f'(x)$  لكل  $x > 0$  .

ب) تحقق أن لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$  .

ج) إستنتج جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $]0; +\infty[$  .

د) أحسب  $f(1)$  . إستنتج إشارة  $f$  على  $]0; +\infty[$  .

(3) في المستوى المنسوب للمعلم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$  مثل المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$  .

#### تمرين 4 :

**I-** نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بمايلي :  $g(x) = x^2 - 2 \ln(x)$

(1) أدرس تغيرات  $g$  .

(2) إستنتج إشارة  $g$  على  $]0; +\infty[$  .

**II-** نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بمايلي :  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1 + \ln(x)}{x}$

وليكن  $(C_f)$  منحناها في معلم متعامد ممنظم  $(o; \vec{i}; \vec{j})$  (الوحدة 2 cm)

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  . وأول هندسيا النتيجة الأخيرة .

(2) أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = \frac{x}{2}$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  .

ب) أدرس الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  ثم بين أن  $(\Delta)$  يقطع  $(C_f)$  في نقطة  $A$  يجب تحديدها.

(3) أدرس تغيرات الدالة  $f$  .

(4) بين أنه توجد نقطة وحيدة  $B$  من المنحنى  $(C_f)$  بحيث المستقيم المماس  $(T)$  لـ  $(C_f)$  في هذه النقطة يوازي  $(\Delta)$  . حدد إحداثياتي  $B$  .

(5) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  في المجال  $]0; +\infty[$  . وأن  $0,34 < \alpha < 0,35$  .

بالتوفيق ☺

(6) أنشئ  $(C_f)$  والمستقيمين  $(T)$  و  $(\Delta)$  .