

الموضوع	التنقيط
<p>يسمح باستعمال الحاسبة غير القابلة للبروكة</p> <p>تأخذ بعين الاعتبار الدقة في الإجابة وجودة التحرير وسلامة تسلسل الأفكار</p> <p><b>التمرين الأول:</b></p> <p>حدد دالة أصلية لكل من الدالتين <math>f</math> و <math>g</math> حيث:</p> $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}} \text{ و } f(x) = 3x^2 - 10x + 1$	2 Pts
<p><b>التمرين الثاني:</b></p> <p>لتكن الدالة العددية <math>f</math> المعرفة على المجال <math>I = [1, 2]</math> بما يلي <math>f(x) = \sqrt{3x-2}</math></p> <p>ونعتبر المتتالية العددية <math>(u_n)</math> المعرفة بـ: <math>u_0 = \frac{6}{5}</math> و <math>u_{n+1} = f(u_n)</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math>.</p> <p>(1) تحقق أن <math>f</math> تزايدية على المجال <math>I</math>. 0,5</p> <p>(2) أ- بين أن: <math>f(x) - x = \frac{(x-1)(2-x)}{\sqrt{3x-2+x}}</math> لكل <math>x</math> من <math>I</math>. 1,5</p> <p>ب- استنتج أن <math>f(x) - x \geq 0</math> لكل <math>x</math> من <math>I</math>. 1</p> <p>(3) بين بالترجع أن: <math>1 &lt; u_n &lt; 2</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math>. 1</p> <p>(4) بين أن المتتالية <math>(u_n)</math> تزايدية و استنتج انها مقاربة. 1</p> <p>(5) حدد <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n</math>. 1</p>	6 Pts
<p><b>التمرين الثالث:</b></p> <p>لتكن <math>(u_n)</math> المتتالية العددية المعرفة بما يلي:</p> $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{u_n + 2} \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}$ <p><b>الجزء الاول</b></p> <p>(1) بين أن <math>u_n &gt; 0</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math>. 0,5</p> <p>(2) أ- تحقق أن: <math>3 - u_{n+1} = \frac{3-u_n}{2+u_n}</math>. 1</p> <p>ب- بين أن: <math>u_n &lt; 3</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math>. 1</p> <p>(3) بين أن <math>(u_n)</math> تزايدية واستنتج أنها متقاربة. 1,5</p> <p>(4) أ- بين أن: <math>\frac{1}{2+u_n} \leq \frac{1}{3}</math>. 0,5</p> <p>ب- بين أن: <math>3 - u_n \leq 2\left(\frac{1}{3}\right)^n</math>. 1,5</p> <p>ج- استنتج <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n</math>. 1</p> <p><b>الجزء الثاني</b></p> <p>نضع <math>v_n = \frac{u_n-3}{u_n+1}</math></p> <p>(1) بين أن <math>(v_n)</math> متتالية هندسية أساسها <math>\frac{1}{5}</math> واحسب حدها الأول <math>v_0</math>. 1,5</p> <p>(2) اكتب <math>v_n</math> بدلالة <math>n</math>. 0,5</p> <p>(3) حدد <math>u_n</math> بدلالة <math>n</math>. 1</p> <p>(4) استنتج من جديد <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n</math>. 0,5</p> <p>(5) نضع: <math>S_n = \frac{1}{u_0+1} + \frac{1}{u_1+1} + \dots + \frac{1}{u_n+1}</math>. 1,5</p> <p>حدد <math>S_n</math> بدلالة <math>n</math>.</p>	12 Pts