

لتكن  $(U_n)$  المتتالية العددية المعرفة بمايلي :  $U_0 = \frac{13}{3}$  و  $U_{n+1} = \frac{7u_n - 20}{u_n - 2}$

(1) بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}); U_{n+1} - 4 = \frac{3(u_n - 4)}{u_n - 2}$  (ن0,5)

(2) -a بين بالترجع أن  $U_n > 4$   $(\forall n \in \mathbb{N})$  (ن1)

(3) نضع  $(\forall n \in \mathbb{N}); V_n = \frac{u_n - 5}{u_n - 4}$

-a بين أن المتتالية  $(V_n)$  أكتب هندسية محددًا أساسها ثم أكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  (ن2)

-b أكتب  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب نهاية  $(U_n)$  (ن1,5)

(1) بسط التعابير التالية

$$(ن2) \quad D = \ln(8) + \ln(16) - \ln\left(\frac{4}{8}\right) \quad C = \ln(36) - \ln(6) \quad B = \ln(8) + \ln(32) \quad A = \ln(e^3) + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$$

(2) حل المعادلات التالية

$$(ن3) \quad \ln(x+3) = \ln(2x+1) \quad \ln(x+3) = 0 \quad (\ln x)^2 - 4\ln(x) + 3 = 0$$

نعبر الدالة المعرفة بمايلي في المجال  $]0; +\infty[$  :  $g(x) = x^3 - 1 + 2\ln x$

(1) -a بين أن  $(\forall x \in ]0; +\infty[) g'(x) = \frac{3x^3 + 2}{x}$  (ن1)

-b اعط جدول تغيرات الدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$ , ثم احسب  $g(1)$  (ن1)

(2) بين ان الدالة  $g(x) \leq 0$   $\forall x \in ]0; 1]$  و  $g(x) \geq 0$   $\forall x \in [1; +\infty[$ ; (ن1)

الجزء الثاني:

نعبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  :  $f(x) = x - \frac{\ln x}{x^2}$

(1) -a احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ , ثم أوال التنبؤ هندسيا (ن1).

-b احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$  (نذكر أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$ ) (ن1)

-c استنتج ان المستقيم  $\Delta$  ذو المعادلة  $y = x$  : مفارِب مائل بجوار  $+\infty$  (ن0,5)

-d ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $C_f$  والمستقيم  $\Delta$  على  $]0; +\infty[$  (ن1)

(2) -a بين أن  $(\forall x \in ]0; +\infty[) f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$  (ن1,5)

-b ثم اعط جدول تغيرات

(3) ارسم المنحنى  $C_f$