

المستوى: 2 ف.ك.3 المدة: 1س و 15د	فرض رقم 1 في مادة الرياضيات ذ.ع. اعكوبي	الثانوية التأهيلية وادي الذهب تيفلت
-------------------------------------	---	--

التمرين 1 (2.5 نقط)

1. قارن الأعداد التالية: $a = \sqrt[6]{11}$ و $b = \sqrt[4]{5}$ و $c = \sqrt[3]{4}$

السلم

1.25

1.25

2. حل في R المعادلة: $\left(\frac{1 - \sqrt[3]{X}}{3 - \sqrt[3]{X}}\right)^3 = 64$

التمرين 2 (4.5 نقط)

2

1. احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + x^2 + 1} - \frac{1}{2}x$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x-2}$

1.5

$$f(x) = \frac{\sqrt{1 + \sin(x)} - 1}{x}; x > 0$$

$$f(0) = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1 - \cos(x)}{x^2}; x < 0$$

2. ادرس اتصال الدالة:

في النقطة 0 .

1

3. لتكن f دالة متصلة على المجال $I = [a; b]$ و α و β عنصران من I .

بين انه يوجد عدد c من I بحيث $f(c) = \frac{f(\alpha) + f(\beta)}{2}$.

التمرين 3 (3 نقط)

1

f دالة معرفة على IR ب: $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2 - 1}$

1

1. حدد مجموعة التعريف D_f واحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. نفترض أن f تزايدية قطعاً على $I = [2; +\infty[$ بين أن قصور f على I تقبل

1

دالة عكسية f^{-1} معرفة من مجال J يجب تحديده نحو I .

3. حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

التمرين الاول: (2,5 ن)

1. $c = \sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$ و $b = \sqrt[4]{5} = \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125}$ و $a = \sqrt[6]{11} = \sqrt[12]{11^2} = \sqrt[12]{121}$

1.25

وبما ان $121 < 125 < 256$ فان $a < b < c$

2.

0.5

$$x \in D \Leftrightarrow 3 - \sqrt[3]{x} \neq 0 \text{ و } x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x} \neq 3 \text{ و } x \geq 0 \Leftrightarrow x \neq 27 \text{ و } x \geq 0$$

$$D = [0; +\infty[\cup]27; +\infty[$$

$$\left(\frac{1 - \sqrt[3]{x}}{3 - \sqrt[3]{x}}\right)^3 = 4^3 \Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{3 - \sqrt[3]{x}} = 4 \Leftrightarrow 4(3 - \sqrt[3]{x}) = 1 - \sqrt[3]{x}$$

$$\Leftrightarrow -3\sqrt[3]{x} = -11 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x} = \frac{11}{3} \Leftrightarrow x = \left(\frac{11}{3}\right)^3 \Leftrightarrow x = \frac{1331}{27}$$

$$\frac{1331}{27} \neq 27$$

$$S = \left\{ \frac{1331}{27} \right\}$$

0.75

التمرين الثاني: (4,5 ن)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x+2} - 2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{3x+2}^3 - 2^3}{(x-2)(\sqrt[3]{3x+2}^2 + 2\sqrt[3]{3x+2} + 2^2)} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x-2)}{(x-2)(\sqrt[3]{3x+2}^2 + 2\sqrt[3]{3x+2} + 2^2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{\sqrt[3]{3x+2}^2 + 2\sqrt[3]{3x+2} + 4}$$

1

$$= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + x^2 + 1} - \frac{1}{2}x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt[3]{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}} - \frac{1}{2}x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt[3]{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}} - \frac{1}{2} \right) = +\infty$$

2.

0.75

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 + \sin(x)} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \sin(x) - 1}{x(\sqrt{1 + \sin(x)} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x)}{x} \frac{1}{\sqrt{1 + \sin(x)} + 1} = \frac{1}{2}$$

إذن f متصلة على يمين 0.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$$

0.75

إذن f متصلة على يسار 0. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2} = f(0)$

وبالتالي f متصلة في 0 .

3. لدينا $m \leq f(\alpha) \leq M$ و $m \leq f(\beta) \leq M$ إذن $2m \leq f(\alpha) + f(\beta) \leq 2M$ إذن $m \leq \frac{f(\alpha) + f(\beta)}{2} \leq M$ إذن يوجد على الاقل عدد c من I يحقق :

1ن

$$f(c) = \frac{f(\alpha) + f(\beta)}{2}$$

التمرين الثالث (3ن)

1.

0.5

$$\begin{aligned} x \in D_f &\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 1 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x(x-2) \geq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; 0] \cup [2; +\infty[\\ &\text{إذن } D_f =]-\infty; 0] \cup [2; +\infty[\end{aligned}$$

لدينا

0.5

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 2x &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= +\infty \end{aligned} \quad \text{إذن}$$

2.

f متصلة على I لانها مركب دالتين متصلتين على I وبما انها تزايدية قطعاً على I فانها تقبل

1ن

$$\text{دالة عكسية معرفة من } J = [f(2); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)] = [0; +\infty[\text{ نحو I.}$$

$$\begin{aligned} Y = \sqrt[3]{(x-1)^2 - 1} &\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 = y^3 \Leftrightarrow (x-1)^2 = y^3 + 1 \\ &\Leftrightarrow x-1 = \pm \sqrt{y^3 + 1} \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{y^3 + 1} \end{aligned} \quad 3.$$

1ن

وبما ان $x \in [2; +\infty[$ فان $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x^3 + 1}$ لكل x من J.

2 بك فك 3.

I/A